Math
367

Q. III
H.

A III
4

A. F. E. Jacobi,
Pastor in Coppenbrügge im Hannöverischen, der Batavischen Gesellschaft zu Rotterdam correspondirenden und der Königl. Landwirthschafts-Gesellschaft zu Zelle wirklichen Mitgliede,

Meßkunst für die Jugend, so ihren Verstand schärfen will.

Coll. S. Ci. Aug.

KREISBIBLIOTHEK IN AUGSBURG

Neue verbesserte Auflage mit Kupfern.

Frankfurt und Leipzig. 1775.

Vorrede.

Obgleich viele der Meynung gewesen sind, als wenn die Meßkunst nur Jünglingen, aber keinen Kindern erklärt werden könnte, so bin ich doch niemals mit ihnen übereinstimmig gewesen. Ich habe im Gegentheile immer die Gedanken geheget, daß es nothwendig, nützlich und möglich sey, den Kindern die Anfangsgründe davon zu lehren.

Ein jedweder Mensch muß Wissenschaften lernen. Dieses Wort, weitläuftig genommen, begreift auch, außer dem eigentlichen Studiren, Künste und die Lehren der Religion unter sich. Um nun ohne Zeitverlust und Hinderniß in diesen Dingen den Endzweck zu erreichen, muß der Verstand aufgeheitert und zu Begriffen geschickt gemacht werden. Womit kann diese nöthige Absicht besser erreichet werden, als durch die Meßkunst? Durch dieselbe bekommen die Kinder das Bild einer guten Ordnung in ihrem Verstande zu sehen: Es wird eine Fertigkeit im Denken dadurch erreichet.

Denn die Wahrheiten derselben folgen durch Schlüsse aufeinander, und die ersten Sätze werden mit den letztern in einer Verbindung vorgetragen. Es gehet dadurch in dem Verstande der Lernenden eine gewisse Veränderung vor. Es ist auch wohl möglich, das Gesagte auszuführen.

Die Kinder begreifen das am ersten, was vor ihre Sinnen gebracht wird. Was für Wahrheiten sind ihnen folglich begreiflicher, als die, welche vor ihre Augen gemalet werden? Sind das nun aber nicht die Linien und Figuren der Meßkunst?

Ich bitte um Erlaubniß, das Behauptete mit meinen Erfahrungen beweisen zu dürfen. Ich habe eine geraume Zeit die angenehme Gelegenheit gehabt, verschiedene vornehme Kinder in den Wissenschaften zu unterrichten. Damit ich bey dieser Verrichtung mit Kindern, welche mehrentheils das Alter von 6 bis 12 Jahren hatten, die Absicht glücklich erreichen möchte, so habe ich, so bald die Anfangsregeln der Rechenkunst geendiget waren, die Meßkunst mit Nutzen angebracht. Ich fragte oft nach einem Buche, das ich bey meinen Lehren zum Grunde legen könnte; da

aber

aber keines da war, das für junge Kinder faßlich wäre, so erwählte ich die Mathematik von Daries. Die allzuweitläuftigen Sätze in der Geometrie überschlug ich, auch wohl einige Beweise, die für Schüler zu schwer sind: Ich machte an einigen Stellen eine andre Ordnung; erklärte die nöthigsten Aufgaben etwas weitläuftiger, und fügte hier und da einige Dinge bey. So, wie es die Kinder begriffen, schrieb ich es auf. Daraus sind die folgenden Seiten entstanden. Vieleicht sind sie nicht unschicklich, der Jugend eine Wissenschaft zu lehren, welche für dieselbe nothwendig und bequem ist.

Derowegen biethet sie der Herr Verleger zu deren Dienst an, welche die edle Bemühung haben, den Verstand der Kinder zu erhöhen. Und hiemit erfülle ich die befehlenden Wünsche einiger meiner Gönner. Man hat die junge Nachwelt mit einer Geographie, Naturlehre, Logik u. s. w. versehen. Der Platz einer Meßkunst für die Jugend war noch leer. Diese Blätter mögen so lange auf demselben liegen, bis eine geschicktere Hand denselben erfüllet. Coppenbrügge, zur Zeit der Ostermesse 1772.

Meß=

Meßkunst für die Jugend.

J! J!

§. 1.

Alle körperliche Dinge haben eine gewisse Größe. Diese Größe haben sie entweder in Ansehung ihrer Ausdehnung (Fläche), oder in Ansehung ihrer Breite und Dicke. Wenn ich, z. E. ein Stück Mauer vor mir habe, so kann ich die Größe ihrer Fläche, die oben ist, oder die Größe ihrer Höhe, oder die Größe ihrer Dicke und Breite sehen. Wenn ich nun eine von diesen Größen suche, so sagt man: Ich messe aus.

§. 2.

1te Erklärung. Die Meßkunst (Geometrie) ist also eine Wissenschaft, die Größe der körperlichen Dinge zu suchen, die sie entweder in Ansehung ihrer Fläche, oder in Ansehung ihrer Höhe, oder in Ansehung ihrer Dicke und Breite haben.

§. 3.

Anmerkung. Daher saget man gemeiniglich, daß die Geometrie 3 Theile unter sich begreife, nämlich die Planimetrie, oder die Wissenschaft, Flächen auszumessen; die Altimetrie, oder die Wissenschaft, Höhen auszumessen; und die Stereometrie, oder die Wissenschaft, Dicken auszumessen.

§. 4.

2te Erklärung. Eine Linie ist eine Länge, die ich betrachte, ohne auf ihre Dicke zu sehen. Wenn ich eine solche ziehe, so weichet sie entweder manchmal zur Rechten und zur Linken ab; oder sie weichet weder zur Rechten noch zur Linken ab. Ist jenes, so bekomme ich eine krumme Linie, ist dieses, so bekomme ich eine gerade Linie.

§. 5.

3te Erklärung. Eine krumme Linie ist also eine Länge, welche bald zur Rechten, bald zur Linken abweichet.

§. 6.

§. 6.

Eine gerade Linie ist eine Länge, die weder zur Rechten, noch zur Linken abweichet. 4te Erklärung.

§. 7.

Eine Linie ziehe ich entweder in Gedanken von einem Ort zum andern, oder ich zeichne sie wirklich. Ist jenes, so habe ich eine mathematische Linie; ist dieses, so habe ich eine physikalische.

§. 8.

Eine **mathematische Linie** ist also eine Länge, die ich mir in Gedanken von einem Ort zum andern vorstelle. 5te Erklärung.

§. 9.

Eine **physikalische Linie** ist eine Länge, die ich wirklich abgezeichnet habe. 6te Erklärung.

§. 10.

Ein **Punkt** ist der Anfang oder das Ende einer Linie. Bey einer mathematischen Linie (§. 8.) bilde ich ihn mir nur in Gedanken ein: und bey einer physikalischen Linie (§. 9.) wird wirklich eine solche Figur gemacht, die wir bey der Schreiberey gemeiniglich einen Punkt nennen. Jener heißt ein mathematischer, und dieser ein physikalischer Punkt. 7te Erklärung.

§. 11.

8te Erklärung. Ein mathematischer Punkt ist der Anfang oder das Ende einer Linie, die ich mir in Gedanken von einem Ort zum andern vorstelle.

§. 12.

9te Erklärung. Ein physikalischer Punkt ist der Anfang oder das Ende einer Linie, die ich wirklich aufzeichne.

§. 13.

Will ich einen Cirkel machen, so muß ich 1) einen unbeweglichen Punkt haben. 2) Es muß eine gerade Linie da seyn. 3) Um den unbeweglichen Punkt ziehe ich die gerade Linie in gleicher Entfernung, und alsdann entstehet ein Cirkel.

§. 14.

10te Erklärung. Tab. 1. Fig. 1. Ein Cirkel ist also eine Linie, die um einen unbeweglichen Punkt in gleicher Entfernung gezogen worden.

§. 15.

11te Erklärung. Tab. 1. Fig. 1. Diese Linie, die sich um den unbeweglichen Punkt ziehet, heißt der Umkreiß, oder die Peripherie. Der Punkt, um den sie sich ziehet, heißt der Mittelpunkt, oder das *Centrum* (a). Wenn man von der Peripherie bis wieder zur Peripherie durch

durch den Mittelpunkt eine Linie ziehet, so heißt sie der Durchmesser oder der Diameter (b c). Die Hälfte davon, oder das Stück von dem Centro bis zur Peripherie, heißt der *Radius* des Cirkels (a d). Ziehe ich aber von der Peripherie bis wieder zur Peripherie eine Linie, ohne den Mittelpunkt zu berühren, so heißt solches eine Sehne oder Chorda (e f).

§. 16.

Wenn ich 2 Linien habe, z. E. (a b) und (a c), und setze sie so zusammen, daß die 2 Spitzen, welche a heißen, zusammenstoßen, so entstehet in a ein Winkel.

§. 17.

Ein Winkel ist also ein Raum, welcher entstehet, wenn 2 gerade Linien zusammenstoßen. 12te Erklärung. Tab. I. Fig. 2.

§. 18.

Wenn ich eine Linie habe, z. E. (a b), und setze eine andere z. E. (c d) so auf dieselbe, daß sie nicht mehr zur Rechten als zur Linken abweichet, und daß die Winkel zu beyden Seiten gleich groß sind, so heißt es, die Linie c d stünde auf der Linie a c perpendiculär, oder senkrecht. Tab. I. Fig. 3.

§. 19.

§. 19.

13te Erklärung. Eine Perpendicularlinie ist also eine solche, welche auf der andern so stehet, daß sie nicht mehr zur Rechten als zur Linken abweichet.

§. 20.

14te Erklärung. Diejenigen Winkel, die von einer Perpendicularlinie gemacht werden, heißen **rechte Winkel**, anguli recti.

§. 21.

15te Erklärung. Alle andere Winkel sind kleiner oder größer, als ein rechter Winkel. Sind die Winkel kleiner, als ein rechter, so heißen
Fig. 2. sie spitzige, anguli acuti. Sind sie aber größer als ein rechter, so sind sie stumpfe,
Fig. 4. anguli obtusi.

§. 22.

Ein jeder Cirkel wird in 360 Theile, die man Grade nennet, eingetheilet. Die Hälfte davon, oder ein halber Cirkel, machet 180 Grade; der vierte Theil machet 90 Grade.

§. 23.

Ein rechter Winkel machet den vierten Theil von einem Cirkel aus. Er hält also 90 Grade.

§. 24.

Ein spitziger Winkel ist kleiner, als ein rechter Winkel. Er muß also allemal unter 90 Grad haben.

§. 25.

Ein stumpfer Winkel ist größer, als ein rechter. Er muß also allemal über 90 Grade haben.

§. 26.

Hat man einen Winkel (b a c), und schließt diesen mit einer geraden Linie zu, so entstehet ein Triangel. Tab. I. Fig. 5.

§. 27.

Ein Triangel ist also eine Figur, welche entstehet, wenn ein Winkel mit einer geraden Linie geschlossen wird. 16te Erklärung.

§. 28.

Ist in dem Triangel ein rechter Winkel, so ist es ein rechtwinklichter Triangel. Ist ein stumpfer Winkel in demselben, so heißt er ein stumpfwinklichter. Sind die Winkel alle spitzig, so ist es ein spitzwinklichter. Sind die Seiten einander gleich, so ist es ein gleichseitiger. Sind die Schenkel einander gleich, so ist es ein gleichschenklichter Triangel. 17te Erklärung.

Die

Anmerkung. Die Figuren in diesem §. kann ein jeder seinen Schülern ohne Muster leichtlich vorzeichnen.

§. 29.

18te Erklärung. Tab. 1. Fig. 6. Wenn eine Figur 4 gleiche Seiten hat und 4 rechte Winkel in sich begreift, so heißt sie ein Quadrat. Fig. 7. Sind nur 2 Seiten einander gleich, aber doch 4 rechte Winkel da, so heißt diese Figur ein länglicht Viereck, (rectangulum). Sind 4 gleiche Seiten da, aber keine rechte Winkel, so heißt diese Figur eine Raute (rhombus). Fig. 8.

§. 30.

19te Erklärung. Wenn 2 Linien so mit einander fortlaufen, daß sie immer völlig gleich weit von einander bleiben, so saget man, sie laufen mit einander parallel, und die Linien selbst nennt man Parallellinien.

§. 31.

1. Grundsatz. Erläuterung. Alle Radii eines Cirkels, oder die Linien von dem Mittelpunkt bis an die Peripherie, sind einander gleich. Die Ursache ist diese: Wenn ich einen Cirkel mache, so ziehe ich ja eine Linie um einen unbeweglichen Punkt in gleicher Entfernung (§. 14.). Also muß es ja von dem Mittelpunkt bis an die Peripherie immer gleich weit seyn.

§. 32.

Wenn ich einen Winkel habe, z. E. b a c und mache aus der Spitze a zwischen seinen beyden Schenkeln 2 Bogen, nämlich d e und f g, so haben diese 2 Bogen eine gleiche Anzahl Grade, oder d e hat eben so viel Grade wie f g. 2. Grundsatz. Tab. I. Fig. 9.

Das kann auf diese Art deutlich gemacht werden: Alle Cirkel haben 360 Grade, sie mögen groß oder klein seyn. Bey den großen Cirkeln ist ein jeder Grad auch groß, und bey den kleinen Cirkeln ist ein jeder Grad auch klein. Der Bogen d e ist der Ausschnitt von einem kleinen, und der Bogen f g der Ausschnitt von einem etwas größern Cirkel. In der Anzahl ihrer Grade ist kein Unterschied, nur in ihrer Größe. Erläuterung.

§. 33.

Figuren, deren Linien und deren Winkel überein sind, oder welche mit gleichem Maaße sind gemacht worden, müssen selbst überein oder einander gleich seyn. 3. Grundsatz.

§. 34.

Auf jeder Linie kann man aus einem angenommenen Punkt einen halben Cirkel beschreiben, und dieser halbe Cirkel hat 180 Grade. (§. 22.) 4. Grundsatz.

§. 35.

1. Lehrsatz. Tab. 1. Fig. 10. Wenn ich nun auf einer Linie a b durch eine andere darauf gesetzte Linie 2 Winkel x und y bekommen habe, so haben, diese 2 Winkel zusammen genommen, 180 Grade.

Beweis. Die Ursache erhellet aus dem vorhergehenden Spho, denn die 2 Winkel machen das Maaß eines halben Cirkels, und also 180° aus.

§. 36.

Folge. Wenn ich also auf dem Felde zu einem Winkel nicht kommen kann, den ich messen soll, so darf ich nur die Grade seines Nebenwinkels nach der §. 41. befindlichen Aufgabe suchen, und sie von 180 abziehen; was übrig bleibet, behält der zu messende Winkel.

§. 37.

2. Lehrsatz. Tab. 1. Fig. 11. Wenn ich eine Linie a b habe, und diese wird von einer andern c d durchschnitten, so entstehen die 2 Verticalwinkel x und y. Und diese sind einander gleich, oder sie haben eine gleiche Anzahl von Graden.

Beweis. Daß sie einander gleich sind, wird so bewiesen: Die 2 Winkel x und z haben zusammen 180° nach dem §. 34. Die beyden

den Winkel z und y haben auch 180°, nach eben dem §. 34. Der Winkel z bleibt z, oder er hat eben so viel Grade, ich mag ihn zu x oder zu y rechnen. Folglich müssen die 2 Winkel x und y eine gleiche Anzahl Grade haben. Dieses stehet auch so:

$$x + z = 180°. \quad §. 34.$$
$$z + y = 180°. \quad §. 34.$$
$$z = z$$

Deswegen $x = y$.

Das Zeichen + ist aus der Rechenkunst, und zwar aus der Addition, genommen, und bedeutet zu. Die zwey Striche = sind ein Zeichen der Gleichheit, und heißen: eben so viel, eben so groß, als ꝛc. Die kleine Null über der Zahl 180° ist das Zeichen der Grade. Anmerkung.

§. 38.

Vor allen Dingen muß man lernen, eine gerade Linie auszumessen 1) auf dem Papiere. Dazu braucht man die verjüngten Maaßstäbe, die in allen Reißzeugen anzutreffen sind, auf deren ersten Linie die Abtheilung des Maaßstabes in Ruthen, und auf deren schrägen Querlinien die Abtheilungen der Ruthen in ihre Schuhe befindlich sind. Man nimmt mit dem Cirkel die Größe der auf dem Papier gegebenen Linie, setzet hernach den einen Schenkel des Cirkels auf 1. Aufgabe.

den Maaßstab unverrückt in eine Linie ein, und siehet, wie viel die Größe der Linie Ruthen und Schuhe beträgt.

2) Eine gerade Linie auf dem Felde zu messen, bedienet man sich am wohlfeilsten einer hölzernen Stange, die das Maaß einer Ruthe ausmacht. So oft ich solche auf der vorgegebenen Linie fortlegen kann, so viel Ruthen hat dieselbe.

1. Anmerkung. Einige Meßkünstler bedienen sich hierbey der Meßketten.

2. Anmerkung. Es haben nicht alle Oerter eine gleiche Anzahl Schuhe in ihrer Ruthe. Es giebt Oerter, deren Ruthe 12, 14 auch 16 Schuhe hält. Man wird sich aber die Rechnung ungemein bequem machen, wenn man die Ruthe eines jeden Ortes, sie mag so groß seyn als sie will, allemal in 10 Theile eintheilet, die man auch Schuhe nennen kann. Diese Rechnung heißt die Decimalrechnung. Bey der Anwendung auf bestimmte Fälle wird dieses zehntheilige Maaß durch die Regel de Tri wieder in Landesmaaß verwandelt.

§. 39.

2. Aufgabe. Tab. I. Fig. 12. Wenn ich auf eine gegebne Linie a b einen gleichseitigen Triangel aufrichten will, so setze ich den einen

Schen-

Schenkel des Cirkels mit der Eröffnung a b in a, und mache mit dem andern Schenkel einen Bogen über der Linie. Darauf setze ich den Schenkel in b ein, und mache mit unverrückter Oeffnung über der Linie auch einen Bogen. Von dem Punkt an, wo sich die Bögen durchschneiden, ziehe ich Linien nach a und b, woraus alsdenn ein gleichseitiger Triangel entstehet, weil alle Seiten gleich groß gemacht worden sind. (§. 28.)

§. 40.

Wenn man aus zwey gegebenen Linien a b und c d einen gleichschenklichten Triangel aufrichten will, so nimmt man eine davon, z. E. a b, zur Grundlinie an. Die andere c d mißt man mit dem Cirkel, setzet den einen Schenkel in b, und mit dem andern machet man einen Bogen über der Linie a b. Hernach setzet man den Cirkel in a ein, und machet mit dieser Eröffnung auch einen Bogen. Wo sich die beyden Bögen durchschneiden, von da an ziehet man Linien bis nach a und b, und alsdenn hat man einen Triangel mit gleichen Schenkeln, weil diese einerley Maaß haben. (§. 28.)

3. Aufgabe. Tab. I. Fig. 13.

§. 41.

4. Aufgabe. Es wird gar oft erfodert, auf dem Felde einen Winkel zu messen, dazu bedienet man sich der Theilscheibe (Astrolabii) am häufigsten. Dieses Instrument ist eigentlich ein Cirkel, der in seine 360° vertheilet ist. An dem Mittelpunkt desselben ist ein bewegliches Lineal befindlich, an dessen Enden Dioptern angemacht sind. Wird mir nun ein Winkel zu messen vorgegeben, so gehe ich mit diesem Instrumente an die Spitze des Winkels, und setze es so, daß der Mittelpunkt des Astrolabii gerade in die Spitze des Winkels fällt, welches mit einer angehängten Bleykugel probiret werden kann. Darauf schiebe ich das an dem Astrolabio befindliche Lineal auf den Diameter des Cirkels. Ist dieses geschehen, so wird das Instrument so gerichtet, daß der Diameter desselben auf den einen Schenkel des Winkels fällt, welches geschiehet, wenn ich durch die Dioptern den auf den einen Schenkel des Winkels gesteckten Stab erblicke. Das Instrument wird hernach nicht verrücket, sondern ich schiebe nur das Lineal desselben so lange weg, bis ich durch die Dioptern den auf den andern Schenkel des Winkels gesteckten Stab erblicke. Alsdann habe ich nur die Grade zu zählen, die das Lineal von dem einen Schenkel des

Winkels bis zum andern abgeschnitten hat, und da weis ich die Größe des Winkels.

§. 42.

Wenn die Grade eines Winkels gegeben werden, und man soll ihn hernach aufzeichnen, so verfährt man so: Man ziehet eine gerade Linie a b, hernach nimmt man das Instrument, das einen halben Cirkel, der in Grade eingetheilt ist, vorstellet, und Transporteur heißt, leget den Mittelpunkt desselben in a an, so, daß die Linie a c gerade an die Linie des Transporteurs fortläuft. Darauf zählet man auf demselbigen die gegebenen Grade ab, bemerkt sich mit einem Punkt b den Ort, wo die gegebenen Grade aufhören, ziehet durch b bis a eine Linie, so ist der Winkel aufgezeichnet, der in Graden gegeben war. 5. Aufgabe. Tab. I. Fig. 2.

§. 43.

Habe ich nun zwey gegebene Linien a b und c d, und einen Winkel z. E. von 51°, und ich soll einen Triangel daraus machen, so ist es leicht geschehen. Ich nehme die eine Linie a b zur Grundlinie an; in a trage ich den Winkel, wie im §. 42. gelehret worden. Den Schenkel dieses Winkels a c mache ich so groß, wie die gegebene Linie c d. Da habe ich 6. Aufgabe. Tab. I. Fig. 13.

nun den Winkel c a b, schließe ich diesen mit einer geraden Linie zu, so habe ich den begehrten Triangel. (§. 27.)

§. 44.

7. Aufgabe. Tab. I. Fig. 14. Wenn die Weite zweyer Oerter a und b zu messen wäre, zwischen welchen einige Hinderungen sind, daß ich nicht von dem einen zu dem andern kommen kann, die aber doch so gelegen sind, daß ich von einem angenommenen Stande c zu einem jeden derselben kommen kann, so macht man es so: Ich messe von dem Punkt c bis an den Ort b, und trage eben diese Linie gerade zurück aus c in d, hernach messe ich auch von dem Punkt c bis an den Ort a, und trage diese Linie auch gerade zurück aus c in e. Von d bis e ziehe ich eine Linie, und messe sie, da habe ich denn die Größe von a bis b, denn die Linie d e ist eben so groß, wie jene.

Beweis. Die Richtigkeit davon erhellet hieraus: Die beyden Winkel x und y sind einander völlig gleich, weil sie Verticalwinkel sind, (§. 37). Die beyden Linien c d und c e sind eben so groß gemacht worden, wie c a und c b, folglich muß auch die dritte, die daraus

daraus entstehet, eben so groß seyn, wie a b. Oder

x = y §. 37.
c d = c b
c e = c a
Deswegen d e = a b

§. 45.

Wenn ich aber die Weite zweyer Oerter haben wollte, zwischen welchen einige Hinderungen sind, daß ich nicht von dem einen zu dem andern kommen kann, und die so gelegen sind, daß ich von dem angenommenen Punkte c nicht zu beyden Oertern, sondern nur zu dem einen kommen kann, so verfahre ich so: Man mißt von c bis a, und trägt hernach die gefundenen Ruthen gerade zurück in d. Darauf mißt man mit dem Astrolabio den Winkel in a, den die beyden Linien a b und a c machen, (41) und trägt ihn in d. Dieses zu thun, lege ich das Lineal des Astrolabii auf den Diameter desselben, richte darauf das Instrument so, daß der Diameter desselben auf die Linie d c fällt, und schneide hernach mit dem Lineal durch Fortrückung desselben so viel Grade ab, als ich oben in dem Winkel a fand. Auf die Linie, die mir der gesuchte Winkel giebt, se- 8. Aufgabe. Tab. I. Fig. 15.

ze ich einen Stab in e. Nun habe ich 2 Linien und einen Winkel, daraus kann ich leicht einen Triangel machen. (§. 43.) Ich gehe nämlich mit dem Stabe e auf der gefundenen Linie so lange fort, bis ich mit dem Punkte c und b in gleicher Linie stehe, welches geschiehet, wenn die Stäbe e c b nur einen Punkt vorstellen, und ich keinen weder zur Rechten noch zur Linken ausserhalb der Linie stehen sehe, wenn ich hinter e trete und nach b zusehe. Die Linie e d ist alsdenn so groß, wie a b.

Beweis. Ich habe den Triangel c d e eben so groß gemacht, wie den Triangel a b c (§. 43.) Folglich sind die Linien in denselben einander gleich. (§. 33.) Sind alle Linien einander gleich, so ist auch e d so groß als a b.

§. 46.

9. Aufgabe. Tab. I. Fig. 16. Wenn ich eine Linie a b und auf derselben einen Punkt c habe, und ich soll von diesem Punkt c eine Perpendicularlinie auf a b aufrichten, so geschiehet es auf diese Art: Ich setze den Cirkel in c ein, und mache mit beliebiger Eröffnung desselben auf der Linie a b nach a zu einen Durchschnitt in d. Mit eben der Eröffnung mache ich auch nach b zu einen Durchschnitt in e. Darauf setze ich den

Cirkel

Cirkel in d ein, und mache mit beliebiger Eröffnung über der Linie einen Bogen. Mit eben der Eröffnung mache ich auch aus e einen Bogen. Durch den Punkt f, wo sich die Bögen durchschneiden, ziehe ich eine Linie auf c, und diese stehet denn auf a b perpendicular oder senkrecht.

Der Beweis ist dieser: Eine Perpendicularlinie ist die, deren Winkel zu beyden Seiten einander gleich sind (§. 19.) Nun sind aber hier bey unsrer Figur x und y einander gleich, also muß f c und a b perpendicular stehen. Daß aber x und y einander gleich sind, wird so bewiesen: Beweis.

c d = c e
d f = e f
f c = f c
Deswegen △ d f c = △ e f c
Deswegen x = y.

Dieses macht man auch wohl so: Es sind bey den beyden Triangeln d f c und e f c alle Seiten einander gleich gemacht. Also sind sie einander selber gleich. (§. 33.) Also sind ihre Winkel einander gleich, und also sind auch die beyden Winkel x und y einander gleich.

§. 47.

§. 47.

10. Aufgabe. Tab. I. Fig. 17. Wenn ich eine Linie a b und einen darüber gesetzten Punkt c habe, und will von diesem eine Perpendicularlinie auf a b fallen lassen, so setze ich den einen Schenkel des Cirkels in c ein, und mache mit beliebiger Eröffnung auf der Linie a b einen Durchschnitt in d, und mit eben dieser Oeffnung einen Durchschnitt in e. Hernach setzt man den Cirkel in d, und macht mit beliebiger Eröffnung über der Linie a b einen Bogen, und mit eben der Eröffnung auch aus e einen Bogen. Durch den Punkt f, der entstehet, wenn sich die Bögen durchschneiden, und durch c, ziehe man eine Linie auf a b. Diese stehet hernach auf a b perpendicular.

Der Beweis ist wie im vorhergehenden Spho.

§. 48.

Anmerkung. Soll ich an dem Ende einer Linie eine Perpendicularlinie aufrichten, so darf ich sie nur verlängern, und hernach so verfahren, wie §. 46. gelehret worden.

§. 49.

3. Lehrsatz. Tab. I. Fig. 18. In einem jedweden Triangel, z. E. in a b c, machen alle drey Winkel zusammen genommen, 180° aus. Dieses

ses wird so bewiesen: Man macht mit a b eine Parallellinie d e durch die Spitze des Triangels. Da entstehen unter der Linie die drey Winkel, x, 3 und y. Und diese drey Winkel haben zusammen 180°, weil sie das Maaß eines halben Cirkels ausmachen. (§. 35.) Nun ist aber x so groß wie 1, und y so groß wie 2, weil sie zwischen zwey Linien, die in gleicher Entfernung miteinander fortlaufen, (§. 30.) von einer andern geraden Linie gemacht werden; Und der Winkel 3 behält die Anzahl seiner Grade, ich mag solchen zu x und y, oder zu 1 und 2 rechnen, also haben auch 1, 2, 3, 180°. Stehet auch so:

$$x+3+y=180°. \quad §. 35.$$
$$x=1 \quad §. 30.$$
$$y=2 \quad §. 30.$$

Deswegen $1+2+3=180°$.

Wenn ich also einen Winkel in einem Triangel gemessen habe, und hätte gefunden, daß er 60° hätte, so darf ich nur diese 60° von 180° abziehen, so bleibt mir die Summa, hier 120°, für die beyden übrigen, übrig. 1te Folge.

Es kann also in einem Triangel nicht mehr als ein stumpfer Winkel, weil dieser schon über 90° hat, (§. 25.) seyn. Und wenn ein solcher in einem Triangel ist, so haben 2te Folge.

haben die beyden übrigen zusammen unter 90°.

3te Folge. Eben so kann auch in einem Triangel nicht mehr als ein rechter Winkel seyn. Und wenn ein solcher darinnen ist, so haben die beyden übrigen zusammen 90°.

§. 50.

4. Lehrsatz. Tab. I. Fig. 19. Wird bey einem Triangel, a b c, die eine Seite, a b, verlängert, so hat der äussere Winkel 4, der durch diese Verlängerung entstanden ist, eben so viel Grade, wie die beyden gegenüberstehenden Winkel 1 und 2. Dieses kann auf die Art dargethan werden:

Beweis. Die 3 Winkel, 1 und 3 und 2 haben zusammen genommen, 180°, weil ein jeder Triangel so viel hat. (§. 49.) Die zwey Winkel, 3 und 4, haben auch 180°, weil sie das Maaß eines halben Cirkels haben. (§. 35.) Der Winkel 3 bleibt 3, oder er behält die Anzahl seiner Grade, ich mag ihn zu 1 und 2, oder ich mag ihn zu 4 rechnen, folglich muß 4 allein so viel Grade haben, als 1 und 2. Stehet auch so:

$1+2+3 = 180°$ §. 49.
$3+4 = 180°$ §. 35.
$3 = 3$
Deswegen $4 = 2+1$.

§. 51.

Soll ich eine Linie oder Cirkelbogen in zwey gleiche Theile theilen, so geschiehet es am besten durch das Versuchen oder nach dem Augenmaaße. Man setzet nämlich den Cirkel an dem einen Ende der Linie ein, thut ihn so weit auf, wo nach dem Augenmaaße die Hälfte ist: versuchet, ob es wirklich eben so weit bis wieder an das andere Ende ist. Da man denn nach Befinden weiter weg oder weiter beyrücken kann. 11. Aufgabe.

§. 52.

Hat man einen Winkel, z. E. a b c, in zwey gleiche Theile zu theilen, so macht man es so: Man setzet den Cirkel in die Spitze des Winkels, und macht mit einer beliebigen Eröffnung desselben einen Durchschnitt in dem einen Schenkel des Winkels b a, daß der Punkt d entstehet. Mit eben der Eröffnung durchschneidet man den andern Schenkel des Winkels b c, daß der Punkt e entstehet. Darauf setze ich den Cirkel in den Punkt d, und mache einen 12. Aufgabe. Tab. I. Fig. 20.

Bogen

Bogen innerhalb des Winkels, hernach setze ich auch den Cirkel in e ein, und mache innerhalb des Winkels noch einen Bogen mit eben der Eröffnung, womit ich den ersten Bogen aus d gemacht habe. Von dem Punkt f an, wo sich die beyden Bogen durchschneiden, ziehe ich eine Linie nach der Spitze des Winkels b, und diese Linie theilet den Winkel in zwey gleiche Theile,

Beweis. weil die beyden Triangel b e f und b d f gleich groß sind. Daß sie aber gleich groß sind, erhellet daraus, weil ihre Linien, woraus sie sind gemacht worden, gleich groß sind. (§. 33.) Oder so:

$$b\,e = b\,d$$
$$e\,f = d\,f$$
$$f\,b = f\,b$$

Deswegen $\triangle\, b\,e\,f = \triangle\, b\,d\,f$.

§. 53.

13. Aufgabe. Tab. I. Fig. 21. Ein Quadrat auf eine gegebene Linie a b richtet man so auf: Man richtet an dem Ende der Linie b einen Perpendicul auf. (§. 48.) Diese Perpendicularlinie machet man so groß als a b, deswegen gehet sie bis c. Aus c mache ich hernach einen Bogen, mit der Eröffnung des Cirkels, die so groß ist, wie die Linie a b. Eben das thue ich auch aus a. Da entstehet bey dem Durchschnitt der Bögen der

Punkt d. Von diesem ziehe ich Linien nach a und c, da ist das Quadrat fertig; denn diese Figur hat 4 gleiche Seiten und vier rechte Winkel. (§. 29.)

Die übrigen Figuren in dem 29ten §. lassen sich nach dieser Anlage selbst machen. Anmerkung.

§. 54.

Hat man ein länglichtes Viereck (*rectangulum*) z. E. a b c d, oder sonst ein andres *Parallelogrammum*, und ziehet von der einen Ecke bis zu der andern Ecke, die gegen über stehet, eine Linie, so theilet diese Linie, die man die Diagonallinie nennet, die Figur in zwey gleiche Theile. Die Ursache ist diese: 5. Lehrsatz. Tab. 2. Fig. 24.

Die zwey durch die Diagonallinie entstandenen Triangel haben zu ihren Linien einerley Maaß, denn a d ist eben so groß als b c, und d c ist eben so groß als a b. Haben ihre Linien einerley Maaß, so sind sie einander selbst gleich. Also hat die Diagonallinie gleiche Theile gemacht. Beweis.

Dieser Beweis ist mit dem im §. 52. völlig einerley. Dort wurde der Winkel zu einer Raute gemacht, und die Linie b f Anmerkung.

war die Diagonallinie, welche diese Raute in zwey gleiche Theile theilte. Es kann also dieser §. zu jenem gehalten werden.

§. 55.

14. Aufgabe. Es kann aufgegeben werden, zu suchen, wie viel Grade alle Winkel in einem gewissen Vieleck haben. Das kann ohne das geringste Instrument dazu zu gebrauchen, auf diese Art geschehen: Man multipliciret die Seiten des gegebenen Vielecks mit 180°, und von dem, was herauskömmt, ziehet man 360° ab. Was übrig bleibt, ist die Summe aller Winkel; z. E. Ein Vieleck hätte 8 Seiten, die multiplicire ich mit 180°, es thut 1440. Von diesen ziehe ich 360° ab. Es bleibt 1080°. Dieses ist die Summe aller Winkel des Vielecks.

Beweis. Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellet hieraus: Wenn ich in dem Vieleck einen Punkt z. E. z annehme, so läßt sich dasselbe aus ihm in so viele Triangel theilen, als Seiten sind. Sind 8 Seiten da, so kann ich auch aus z darinnen 8 Triangel machen. Nun hat ein Triangel 180° (§. 49). Vermöge der Multiplication haben die 8 Triangel 1440°. Die Winkel um den Punkt z herum gehören aber nicht mit zu den Winkeln des Vielecks. Sie haben das

Maaß

Maaß eines ganzen Cirkels und also 360°. Diese müssen also nothwendig von jener Summe der ganzen Triangel abgezogen werden, wenn ich nur den Inhalt der Winkel an den Seiten des Vielecks wissen will.

§. 56.

Eine der nützlichsten Aufgaben ist auch diese: Auf eine vorgezeichnete Linie a b ein gewisses reguläres Vieleck zu machen. Man suchet erstlich nach dem vorhergehenden §. die Grade aller Winkel des begehrten Vielecks. Hernach siehet man vermittelst der Division, was auf einen Winkel kömmt. Das, was heraus kömmt, halbiret man, und setzet die eine Hälfte in a und die andere Hälfte in b, nach §. 42. Es entstehet durch die Schenkel dieser Winkel ein gleichschenklichter Triangel. Da, wo sich aber die Schenkel der Winkel durchschneiden, da ist der Mittelpunkt eines Cirkels. Solchen mache man mit der Größe der Linie c bis a. und trage hernach die Linie a b in die Peripherie herum, so ist das verlangte Vieleck fertig. Es soll z. E. ein Sechseck gemacht werden, da machen nach §. 55. die Grade aller Winkel 720. Man dividire mit 6; so ergiebt sich 120° für einen Winkel des Sechsecks. Das halbiret man, und setzet die eine Hälfte,

15. Aufgabe. Tab. I. Fig. 22.

nämlich 60° an a an, und die andere auch von 60° an b. Die Schenkel dieser Winkel durchschneiden sich in c. Aus diesem c mache ich mit der Linie c a einen Cirkel, und trage die Linie a b sechsmal in die Peripherie, so ist das reguläre Sechseck da.

§. 57.

16. Aufgabe. Wenn ich in einem gegebenen Cirkel ein reguläres Vieleck, z. E. ein Sechseck, machen soll, so dividire ich 360° mit der Zahl der Seiten, hier nämlich 6. Es kommen 60° heraus. Diese 60° trage ich an den Mittelpunkt des Cirkels c nach §. 42. Die beyden Schenkel von diesem Winkel durchschneiden die Peripherie des Cirkels in b und a. Die Linie b a messe ich, und trage sie 6mal in die Peripherie herum, so habe ich in dem gegebenen Cirkel ein reguläres Sechseck aufgerichtet. Will ich ein Achteck machen, so dividire ich 8 in 360°. Es kommen 45° heraus. Diese 45° setze ich nun an den Mittelpunkt des Cirkels an, und ziehe die Schenkel dieses Winkels aus. Die Weite der beyden Punkte a, b, die da entstehen, wenn die Schenkel des Winkels vom Mittelpunkt an die Peripherie stoßen, messe ich und trage sie achtmal in die Peripherie herum, und da entstehet ein Achteck.

Man hat sehr oft Flächen auszumessen, z. E. Gärten oder Wiesen. Dazu gebrauchet man einen Maaßstab, der auch eine Fläche ist. Der füglichste dazu ist ein Quadrat, deswegen hat man Quadratruthen, Quadratschuhe u. d. gl. Eine Quadratruthe ist ein Quadrat, welches eine Ruthe lang, und eine Ruthe breit ist. Ein Quadratschuh ist ein Quadrat, welches ein Schuh breit und einen Schuh lang ist. Anmerkung.

§. 58.

Nichts ist leichter, als ein Quadrat auszumessen. Man misset nämlich eine Seite des Quadrats, und multiplicirt sie mit sich selbst, so ist der Inhalt davon da. Ich hätte z. E. gefunden, daß eine Seite des Quadrats 15 Ruthen hätte, so multiplicire ich die 15 mit sich selbst: 17. Aufgabe.

$$\begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

Diese 225 Ruthen sind der Inhalt des Quadrats.

§. 59.

Ist ein länglichtes Viereck oder *Rectangulum* auszumessen, so misset man 18. Aufgabe.

 erst-

erstlich die Länge und auch hernach die Breite, und multipliciret sie miteinander. Was heraus kömmt, ist der Inhalt; z. E. Wenn die Breite 6° und die Länge 14° wäre, so multipliciret man diese 6 mit der 14. Es thut 84°, und das ist der Inhalt der Figur.

Die Null über den Zahlen die bey den Maaßen der Winkel die Grade anzeigte, zeigt im Längen, Flächen, oder Körpermaaße Ruthen an, z. B. 6° und 14° bedeuten 6 Ruthen, 14 Ruthen, und die 84° sind hier 84 Quadratruthen.

§. 60.

19. Aufgabe. Tab. I. Fig. 23. Will man eine Raute oder *Rhombum* ausmessen, (§. 29.) so nimmt man die eine Linie a b zur Grundlinie an, und misset solche. Auf diese läßt man aus c einen Perpendicul fallen, nach §. 47. und misset denselben. Er und die Grundlinie a b werden darauf miteinander multiplicirt, so ist der Inhalt da.

Beweis. Man macht hierdurch die Raute zu einem länglichten Viereck, und siehet den Perpendicul der Raute für die Breite des länglichten Vierecks an, deswegen rechnet man sie auch so aus, wie §. 59.

§. 61.

§. 61.

Wenn ich einen Triangel habe, z. E. a b c, so kann ich ihn wieder an sich selbst setzen, so, daß er doppelt da stehet, wenn ich nämlich die Linie a b von c in d, und die Linie c b von a in d trage. Es entsteht da allemal ein Viereck, und der Triangel a b c ist gerade die Hälfte von diesem Viereck a b c d. 6. Lehrsatz. Tab. 2. Fig. 24.

Die Linie a c ist die Diagonallinie von dem Viereck a b c d, nun theilet sie allemal die Figur in zwey gleiche Theile, oder sie halbiret das Viereck. Also ist der Triangel a b c die Hälfte davon. Das erhellet auch aus der Natur der Sache. Denn das Viereck entstand ja, da ich den nämlichen Triangel a b c an ihn selbst setzte, so, daß er noch einmal unter dem Namen a d c da stand. Dieser doppelte Triangel machte den Inhalt des Vierecks aus. Er muß also einmal, oder einfach genommen, die Hälfte davon seyn. Beweis.

§. 62.

Eine von den nützlichsten Aufgaben ist diese: Eine geradlinigte Figur, z. E. ein Feld oder einen Wald auszumessen. Deswegen soll sie weitläuftig beschrie- 20. Aufgabe.

 ben

ben werden. Man kann entweder in der Figur herumgehen, oder man kann es nicht füglich thun. Im ersten Fall brauchet man entweder kein anderes Meßinstrument als die Ruthe. (§. 38. No. 2.) Oder man bedienet sich am füglichsten des Winkelvisiers. Im andern Fall, wenn man zwar die Figur umgehen, aber nicht hineinkommen kann, ist es mit dem Astrolabio oder der Theilscheibe am leichtesten.

I.) **Wenn man in die zu messende Figur kommen kann, so machet man es**

Tab. 2. Fig. 25 A) **blos mit der Ruthe also:** Man stecket auf alle merkliche Ecken der Figur gerade Stäbe, und siehet hernach, wie viel Triangel in der Figur sind. Darauf misset man mit der Ruthe alle die 3 Seiten des ersten Trangels. (§. 38.) So auch den andern und so fort. Einen jeden gemessenen Triangel entwerfe ich auf dem Felde nur aus freyer Hand, und schreibe auf seine Linien die gefundenen Ruthen und Schuhe. Wir wollen das mit einem Exempel erklären. Wenn ich z. E. die Figur a b c d e mit der Ruthe ausmessen wollte, so sehe ich, sie giebt mir drey Triangel, nämlich a b c, a c d und a d e. Da messe ich erst die beyden äußern Linien a b und b c, und hernach

nach auch die Diagonallinie c a, und schreibe das gefundene nach angezeigter Art auf ein Papier. Darauf messe ich bey dem andern Triangel, wovon ich die Linie c a schon habe, c d und d a. Und bey dem dritten, wovon ich d a schon habe, a e und d e.

B) In der Folge, da vom Ausrechnen der Figuren die Rede ist, wird man sehen, daß es sehr bequem ist, mit dem Winkelvisier zu messen. Dieses Instrument bestehet aus zwey Linealen mit Dioptern, die so zusammengesetzt sind, daß sie einen rechten Winkel ausmachen, welches bey dem Gebrauch auf ein Stativ gesetzet wird. Mit diesem gehet man auf die längste Linie des ersten Triangels, welches die Grundlinie oder Basis von ihm ist; in der beschriebenen Figur auf a c, und sieht durch die Dioptern des einen Lineals, ob man gerade auf der Linie zwischen a und c ist. Auf diese Basin a c fällt der Perpendicul des Triangels von der Ecke b aus. Den eigentlichen Platz aber, worauf er fällt, finde ich so, daß ich mit dem Instrumente so lange auf der Linie a c herumgehe, bis ich durch die Dioptern des einen Lineals die beyden Stäbe a und c, und durch die Dioptern des andern Lineals auch den Stab b sehen kann. Wo das geschiehet, hier in Tab. 2. Fig. 26.

A, fällt der Perpendicul von b hin. Darauf messe ich mit der Ruthe die Basin des Triangels, bemerke aber auf derselben den Punkt, wo der Perpendicul von b hingefallen, und hernach messe ich die Perpendicullinie A b, und schreibe die Zahlen auf ein Papier. Ist dieses geschehen, so gehet man zum zweyten Triangel, und verfähret eben so. In diesem fällt der Perpendicul aus d auf a c in B, und bey dem dritten Triangel aus e auf a d in C.

Beweis. Weil das Winkelvisier aus einem rechten Winkel bestehet, so kann ich den Perpendicul des Triangels damit gar leicht finden, weil der allemal, wenn er auf eine Linie fällt, einen rechten Winkel ausmacht (§. 20.) Das eine Lineal des Visirs stellt die Grundlinie a c, und das andere die Perpendicularlinie A b vor.

II) Wenn man in die zu messende Figur nicht kommen kann, so ist solche am leichtesten durch das Astrolabium auszumessen. Wenn alle oder doch einige Ecken der Figur mit Stäben besteckt sind, so gehet man mit der Theilscheibe, (Astrolabio) die auf ein Stativ zu setzen ist, und auf welcher das Lineal auf den ersten Grad des Cirkels geschoben worden, an den einen

nen Winkel, in der vorgeschriebenen Figur an b. Das Instrument muß aber recht gerade über b stehen, so, daß der Mittelpunkt desselben gerade in b fällt. Um nun den Winkel a b c zu messen, rücket man das Astrolabium so lange, bis man durch die Dioptern von dem Stande b gerade nach a siehet, so, daß das Lineal genau auf b a lieget, und sich mit dieser Linie der erste Grad des Cirkels anhänget. Darauf befestiget man das Instrument, und rücket alsdann nur das Lineal desselben fort, bis man durch die Dioptern den Stab in c siehet, und so siehet man, wie viel Grade auf der Theilscheibe von a bis c abgeschnitten worden (§. 41.) Man misset hernach mit der Ruthe die beyden Schenkel des Winkels, nämlich b a und b c, (§. 38.) und schreibt die gefundenen Grade und Ruthen auf ein Papier. Darauf gehe ich auch mit dem Instrumente auf den Winkel oder auf die Ecke c, und messe ihn eben so. Ich lege nämlich das Lineal wieder auf den ersten Grad, visiere wieder nach b, befestige das Instrument, rücke hernach das Lineal auf d, und sehe, wie viel Grade dadurch abgeschnitten worden, und messe hernach auch mit der Ruthe die Linie c d. Die übrigen drey Winkel in d, e und a finden sich auf dem Papier von sich selbst. Wenn ich nämlich Tab. 2. Fig. 27.

lich

lich die Linien d e und e a mit der Ruthe gemessen habe, so mache ich, vermittelst des Cirkels, mit ihren Maaßen Durchschnitte in e, und ziehe die Linien aus.

§. 63.

21. Aufgabe. Es ist nöthig, die Figuren in Grund zu legen, theils um sie auszurechnen, theils einen Grundriß davon zu haben. Deswegen soll es hier gewiesen werden.

I) Wenn man blos mit der Ruthe das Feld ausgemessen hat. Man siehet bey der Figur (§. 62. No. I. litt. A) und zwar bey dem ersten Triangel, vermittelst des Cirkels, wie groß die Linie c a auf dem

Tab. 2. Fig. 28. verjüngten Maaßstabe sey. Das gefundene trägt man aufs Papier, und ziehet es mit einer Linie aus. Darauf nehme ich auch von dem verjüngten Maaßstabe a b, setze den einen Schenkel des Cirkels in a ein, und mache mit unverrückter Oeffnung mit dem andern Schenkel einen Bogen über a c. Hernach nehme ich auch c b, setze den Cirkel in c, und mache mit dem andern Schenkel auch einen Bogen über c a. Wo sich die beyden Bögen durchschneiden, ist der Punkt b. Von da aus ziehe ich Linien nach a und c, da stehet der erste Triangel a c b auf dem Papier. Den andern setze ich eben so daran. Die

Linie

Linie c a habe ich schon, da nehme ich nur die Linie a d von dem verjüngten Maaßstab ab, setze den einen Schenkel des Cirkels in a ein, und mache auf der andern Seite über a c einen Bogen mit dem andern Schenkel. Ich nehme auch die Linie c d, und mache damit einen Bogen. Wo sich die Bögen durchschneiden, ist der Punkt d, von diesem ziehe ich Linien nach a und c, da ist auch der andere Triangel da. Eben so verfahre ich mit a e und d e; so ist die ganze Figur im Grund gelegt.

Daß diese Triangel eben solche sind, als auf dem Felde befindlich waren, wird aus dem 33 §. erwiesen, denn sie sind Figuren, die mit gleichem Maaße gemessen worden. Nur ist das der Unterschied, daß bey denen im Felde ein großer, und bey denen auf dem Papier ein kleiner Maaßstab gebrauchet worden. Beweis.

II.) Wenn das Feld mit dem Winkelvisiere ausgemessen worden, so trägt man es so auf das Papier. Man trägt die Basin a c erstlich auf, wie in der vorhergehenden Nummer gelehret worden. Darauf leget man an dieselbe das in den Reißzeugen befindliche Winkelmaaß, so, daß die eine Seite an der Linie a c hinstreichet, und die Ecke desselben in den Punkt Tab. 2. Fig. 26.

A kömmt. An der andern Seite, die einen rechten Winkel macht, ziehet man eine Linie, und machet sie so groß wie A b, das ist, man nimmt ihre auf dem Felde gefundene Größe von dem verjüngten Maaßstab, und trägt sie auf dieselbige. Darauf ziehet man von b c und a Linien, da steht der erste Triangel da. So macht man es auch mit den übrigen. Der Beweis ist wie oben.

Tab. 2. Fig. 27. III.) Wenn das Feld mit dem *Astrolabio* angemessen worden, so trägt man es so auf: den ersten Winkel a b c trägt man auf nach §. 42. und macht die beyden Schenkel b a und b c nach dem verjüngten Maaßstab so groß, als wie sie auf dem Felde gefunden worden. Das macht man eben so mit dem Winkel c und den übrigen Linien, bis die Figur geschlossen ist.

Beweis. Die Winkel der Figur auf dem Papier hat eben so viel Grade, als die Winkel auf dem Felde. Die Linien der Figur auf dem Papier haben eben so viel Ruthen als wie die Linien der Figur auf dem Felde, nur daß zu diesen ein größeres, und zu jenen ein kleineres Maaß genommen. (§. 33.) Folglich ist die Figur auf dem Papier mit derjenigen übereinstimmend, die auf dem Felde ist.

§. 64.

§. 64.

Zum Ausrechnen dieser Figuren wird erfordert, den Inhalt eines jeden Triangels zu finden. Das geschiehet so: Man nimmt die längste Linie des Triangels zur Grundlinie an. Hier bey dem Triangel a b c die Linie a b. Darauf läßt man von c auf dieselbe eine Perpendicullinie fallen, nach §. 47. Hernach wird sowohl diese Perpendicullinie, als auch die Grundlinie a b, mit dem Cirkel gemessen und gesehen, wie viel sie auf dem verjüngten Maaßstabe an Ruthen, Schuhen u. s. w. haben. Ihre beyden Größen werden miteinander multipliciret: das, was herauskömmt, wird halbiret, und das, was da herauskömmt, ist der Inhalt des Triangels; z. E. die Linie a b wäre groß 3° 5′, und der Perpendicul 2° 8′, so werden diese mit einander multipliciret: 22. Aufgabe. Tab. 2. Fig. 29.

3° 5′
2° 8′
———
2 8 0
7 0
———
9 8 0 dieses halbirt
———
4° 9 0′ ist der Inhalt des Triangels.

Man findet den Inhalt von einem parallelen Viereck, wenn man seine Höhe mit Beweis.

seiner

seiner Länge multiplicirt (§. 58. 59. 60.) Wenn ich nun bey unserm Triangel dessen Länge a b mit seinem Perpendicul oder seiner Höhe multiplicire, so bekomme ich den Inhalt von einem parallelen Viereck, dessen Seiten a b und c d sind. Nun ist aber unser Triangel die Hälfte davon, nach §. 61.; also muß ich auch die gefundene Zahl 980, als den zwiefachen Inhalt des gesuchten Triangels halbiren.

Anmerkung. Man hat einen kürzern Weg, die Perpendicularlinie zu ziehen, als im §. 47. gewiesen ist. Man setzet nämlich im gegenwärtigen Triangel den einen Schenkel des Cirkels in c, und versucht hernachmals, in welchem Punkt der Grundlinie a b der andere Schenkel des Cirkels dieselbe berühret. Da, wo das geschiehet, fällt der Perpendicul hin.

§. 65.

23. Aufgabe. Tab. 2. Fig. 26. Nun ist es leicht, den Inhalt einer ganzen Figur zu finden. Wenn die Figur im Grundriß auf das Papier gebracht worden, so theilet man sie in so viel Triangel, als angehet. Hernach rechnet man einen jeden besonders nach dem vorhergehenden §. aus, und addiret sie alle zusammen, so ist der Inhalt der Figur da.

Ist

Ist die Figur mit dem Winkelvisier gemessen worden, so kann man sie ausrechnen, ohne sie erst aufzutragen, damit man sie in Triangel bringen könne, bey welchen hernach Basis und Perpendicul gesucht und gemessen werden. Das ist aber mit unserm bequemen Instrument schon auf dem Felde geschehen. Da ist schon die Basis und Perpendicul von jedem Triangel gefunden worden. Die Figur kann also auf der Stelle, ohne weitern Grundriß, ausgerechnet werden. Anmerkung.

§. 66.

Ein Cirkel gleichet einem Triangel, dessen Grundlinie so groß ist, wie die Peripherie des Cirkels, und dessen Perpendicul so groß, als der *Radius* des Cirkels ist. 7. Lehrsatz.

Denn, wenn ich einen Cirkel in unendlich kleine Triangel eintheile, so werden ihre Grundlinien kleine Theile der Peripherie, die von graden Linien nicht so merklich unterschieden sind, daß man sie nicht im Gebrauch für grade Linien ansehen könnte. Jeder ihrer Schenkel liegt dem Perpendicul so nahe, daß er von ihm nur um ein unendlich kleines Theilchen verschieden ist, und als ihm gleich kann angenommen werden. Folglich ist einer von ihnen oder der Radius des Cirkels ohne Fehler in der Praxis für den Perpendicul Erläuterung.

selbst anzunehmen. Die Summe aller dieser kleinen Triangel giebt alsdenn einen großen Triangel, der der Cirkel selbst ist.

§. 67.

24. Aufgabe. Den Inhalt eines Cirkels zu finden, wenn die Peripherie und der Diameter gegeben werden. Man nimmt den halben Diameter, multiplicirt ihn mit der Peripherie, und das herausgekommene halbiret man.

Beweis. Das gründet sich darauf: Ein Cirkel gleichet einem Triangel, dessen Perpendicul so groß ist, wie der Radius des Cirkels. (§. 66.) Nun macht der Radius des Cirkels den halben Diameter aus. (§. 15.) Und es ist oben (§. 64.) gelehret worden, wie ein Triangel ausgerechnet werden muß.

§. 68.

20. Erklärung. Es giebt ein Verhältniß zwischen dem Diameter und der Peripherie des Cirkels. Die wahre ist noch nicht erfunden worden. Die richtigste, die wir haben, hat Ludolph von Cölln gemacht, und ist so: wenn der Diameter des Cirkels 100 Theile hat, so hat die Peripherie desselben 314 Theile.

§. 69.

25. Aufgabe. Wenn nun von einem Cirkel die Peripherie angegeben worden, und

man soll den Diameter dazu suchen, so geschiehet solches durch die Regel de Tri. Ist die gegebene Peripherie des Cirkels z. E. 620, so sagt man so: Wenn die Peripherie 314 ist, so ist der Diameter 100. (§. 68.) Was ist nun der Diameter, wenn die Peripherie 620 ist. Dieses Exempel stehet so:

```
314 : 100 = 620
            1|00
        ─────────────
          62000]
          314::]  197 142/314 Diameter
        ─────────────
          3060:
           314:
          2826:
        ─────────────
           2340
            314
           2198
        ─────────────
            142
        ─────────────
            314
```

§. 70.

Wenn der Diameter des Cirkels gegeben worden, und die Peripherie ist zu suchen, so geschiehet es eben durch die Regel de Tri. Ist z. E. der gegebene Diameter 204, so sagt man; Wenn der 26. Aufgabe.

Diameter 100 ist, so ist die Peripherie 314. Was ist nun die Peripherie, wenn der Diameter 204 ist? Es stehet also:

$$
\begin{array}{r}
100:314 = 204 \\
314 \\
\hline
816 \\
204 \\
612 \\
\hline
64056
\end{array}
$$

Dieß mit 100 dividirt, giebt die Peripherie $640\frac{56}{100}$.

§. 71.

27. Aufgabe. Wenn der Diameter des Cirkels oder die Peripherie desselben gegeben worden, und man soll den Inhalt desselben suchen, so suchet man im ersten Fall erstlich die Peripherie (§. 70.) und im andern den Diameter (§. 69.) Und dann suchet man den Inhalt des Cirkels nach §. 67.

§. 72.

8. Lehrsatz. Tab. 2. Fig. 30. Wenn ich einen Triangel a b c habe, und in demselben eine Linie d e mit der Grundlinie b c parallel ziehe, so kömmt alsdann ein Verhältniß zwischen diesen Linien heraus, nämlich a b verhält sich zu a c wie a d zu

a e,

a e, und a d verhält sich zu d e wie a b zu b c.

Das gründet sich darauf: Weil die Linie d e in gleicher Entfernung zwischen einerley Schenkeln von der Grundlinie b c gezogen worden. Sie ist auf keiner Seite höher gesetzet worden, und ist auch an keinem Ende länger gemacht worden, daher hat sie den Triangel in proportionirte Linien eingetheilet. Beweis.

§. 73.

So, wie man in der Rechenkunst, und zwar in der Regel de Tri, zu 3 gegebenen Sätzen den vierten proportionirten Satz suchet, so kann dieses auch in der Meßkunst geschehen. Man kann da zu drey gegebenen Linien die vierte proportionirte Linie suchen. Wenn man z. E. die Linien a b, c d und e f hat, so macht man zuvörderst nach seiner Willkühr einen Winkel f a g. Hernach trägt man mit dem Cirkel aus a in b die Linie a b, aus a in d die Linie c d, und aus b in f die Linie e f. Hierauf ziehet man aus b in d eine grade Linie b d, die zwischen den beyden Schenkeln des Winkels zu stehen kömmt. Und, wenn man nun mit dieser eine andere von f aus parallel ziehet, so ist die daher entste- 28. Aufgabe. Tab. 2. Fig. 31.

hende Linie f g die gesuchte vierte proportionirte Linie.

Der Beweis liegt in dem vorhergehenden §. 72.

§. 74.

29. Aufgabe. Zeither ist die Rede von horizontalen Figuren gewesen, oder von der Planimetrie. Nun sollen auch einige Aufgaben von Höhen kommen. Jetzo wird aufgegeben: Die Höhe eines Ortes a b zu messen, zu welchem man aus einem angenommenen Stande d kommen kann. Will man es mit dem Astrolabio thun, so gehet man mit ihm von dem Ort weg in den Stand d, und setzet das Stativ recht perpendiculär über den Punkt d. Das Instrument auf demselbigen, das deswegen auf einer beweglichen Kugel stehen muß, richtet man recht vertical, und misset den Winkel e c b nach (§. 41.) Man misset auch mit der Ruthe die Standlinie d a nach (§. 38.) und trägt sie aufs Papier. Man errichtet aus a einen Perpendicul, und setzt darauf die Höhe des Instruments a e, zieht c e = a d mit a d parallel; legt an c den gefundenen Winkel e c b nach (§. 42.), und ziehet die Linie c b bis sie den andern Schenkel des rechten Winkels durchschneidet. Die Perpendicularlinie a b messe ich auf dem verjüng=

Tab. 2. Fig. 32.

jüngten Maaßstabe, und das gefundene ist die Höhe des Ortes.

Die Linie e c auf dem Papier und die beyden Winkel b e c und e c b sind eben dieselben, die auf dem Felde waren, nur daß e c verjüngt ist. Folglich ist auch die Linie e b dieselbige, die an dem Ort ist, weil sich allemal die dritte Linie von selbst findet, wenn zwey Linien und ein Winkel gegeben werden. (§. 43. 44.) Die verjüngte Linie b e nebst der verjüngten Höhe des Instruments machen die ganze Höhe b a verjüngt aus. Beweis.

§. 75.

Die Höhe eines Orts a b zu messen, zu dem man nicht kommen kann, verfähret man so: Man nimmt dem Orte gegen über zwey Stände c und d an. In dem Stande d misset man den Winkel e f b, und in dem Stande c den Winkel e g b, (§. 41.) Darauf misset man auch mit der Ruthe die Standlinie c d (§. 38.). Ich trage darnach die Standlinie d c = f g auf das Papier, und setze an die beyden Ecken die gefundene Winkel an. (§. 42.) Es entsteht alsdenn ein Triangel b f g. Die Grundlinie desselben f g wird verlängert, und auf dieselbige läßt man aus b einen Perpendicul fallen, (§. 47.) die sie in e trifft. Es ent- 30. Aufgabe. Tab. 2. Fig. 33.

stehet da die Linie b e. Diese wird auf dem verjüngten Maaßstab gemessen, die verjüngte Höhe des Instruments hinzu addirt, und dieß giebt mir die Höhe des Orts a b.

§. 76.

21te Erklärung. Tab. 2. Fig. 34.

Eine Kugel entstehet, wenn ein halber Cirkel sich um seinen Diameter bis zu seiner ersten Stellung herumdrehet.

§. 77.

22te Erklärung. Tab. 2. Fig. 35.

Ein Prisma entstehet, wenn eine gradlinigte Figur, z. E. a b c, an einer graden Linie, z. E. an c d, mit einer parallelen Bewegung heruntergeführet wird.

§. 78.

23te Erklärung. Tab. 2. Fig. 36.

Ein Cylinder oder eine Walze entstehet auf zweyerley Art, entweder, wenn sich ein Cirkel a an einer geraden Linie so herunter bewegt, daß er immer mit sich selbst parallel bleibt, oder, wenn sich ein rechtwinklichtes Parallelogramm um eine seiner Seiten bis zu seiner ersten Stellung drehet.

§. 79.

24te Erklärung. Tab. 2. Fig. 37.

Ein Parallelepipedum entstehet, wenn sich ein rechtwinklichtes Viereck, z. E. a b c d, an einer graden Linie a e unter einem rechten Winkel herunter beweget.

§. 80.

Ein Cubus oder Würfel entstehet, wenn sich ein Quadrat a b c d unter einem rechten Winkel an einer graden Linie a e herunter beweget, die einer Seite des Quadrats gleich ist. 25te Erklärung. Tab. 2. Fig. 39.

§. 81.

Eine Pyramide entstehet, wenn über einer Fläche eine gerade Linie a e an dem einen Ende a fest ist, und sich mit dem andern Ende e um den Umfang einer gradlinigten Figur, z. E. eines Triangels c d e herum beweget. 26te Erklärung. Tab. 2. Fig. 40.

§. 82.

Ein Kegel oder Conus entstehet, wenn eine grade Linie a b an dem einen Ende a über einer Fläche fest ist, und sich mit dem andern Ende b um einen Cirkel herum beweget. 27te Erklärung. Tab. 2. Fig. 38.

§. 83.

Den körperlichen Inhalt von einer Sache zu finden, hat man einen Maaßstab nöthig. Dazu bedienet man sich einer Cubikruthe, das ist, eines Würfels, der eine Ruthe hoch, dick und breit ist. Dieser wird eingetheilt in Cubikschuhe und in Cubikzolle. Anmerkung.

Jenes sind Würfel, die einen Schuh hoch, dick und breit sind, und dieses sind Würfel, die einen Zoll hoch, breit und dick sind.

§. 84.

31. Aufgabe. Es ist ganz leicht, den körperlichen Inhalt eines Cubi oder Würfels zu finden. Man misset die Seite des Würfels, und multipliciret sie mit sich selbst, (§. 58.) so ist seine Grundfläche gefunden worden. Diese multipliciret man wieder mit der Seite des Würfels, die die Höhe desselben ausmacht, so kömmt der körperliche Inhalt desselben heraus; z. E.

die Seite wäre	15′
	15
	75
	15
Grundfläche	225
Seite	15
	1125
	225
	3375′ Inhalt des Würf.

Beweis. Man muß sich vorstellen, als wenn die eine Seite des Würfels zur Grundfläche desselben gemacht, und in etliche gleiche Thei-

Theile gebracht worden sey. So viel Theile diese Grundfläche hat, so viel Reihen von kleinen Würfeln sind da. Ferner ist klar, daß diese Reihen so viel kleine Würfel in sich fassen, als die andere Seite des Würfels, die die Höhe desselben ausmacht, Theile hat. Wenn man derowegen diese Höhe des Würfels mit der Grundfläche desselben multiplicirt, so kömmt der körperliche Inhalt desselben heraus.

§. 85.

Den Inhalt aller Flächen an einem Würfel zu finden. Man suchet erst die Grundfläche desselben (§. 58.) Weil der Würfel nun 6 gleiche Flächen hat, so multipliciret man die Grundfläche mit 6, so ist der Inhalt aller Flächen da. 32. Aufgabe.

§. 86.

Den körperlichen Inhalt von einem Parallelepipedum zu finden. Man multiplicirt die Länge desselben c d durch seine Breite d a. Was herauskömmt, ist die Grundfläche desselben. (§. 59.) Diese multipliciret man durch die Höhe a e, so ist der begehrte Inhalt da; z. E. 33. Aufgabe.

Die Länge ist 17′
Die Breite ist 8′
―――――――
136′ Grundfläche.
Die Höhe ist 12′
―――――――
272
136
―――――――
1632′ Inhalt.

Der Beweis ist wie §. 84.

§. 87.

34. Aufgabe. Alle Flächen eines Parallelepipedi zu finden. Man suchet erst die obere Fläche. Hernach die längere Seitenfläche. Alsdann die kürzere Seitenfläche. Das thut man alles nach (§. 39.) Das, was bey allen 3 Exempeln herausgekommen, addiret man zusammen und verdoppelt solches, indem man es mit 2 multipliciret, weil eine jede Seite bey unsrer Figur doppelt da ist.

§. 88.

35. Aufgabe. Den Inhalt eines jeden *Prismatis* zu finden. Man suchet die Grundfläche des Prismatis nach §. 64. oder 65. Das, was herauskömmt, multipliciret man durch die Höhe des Prismatis, und da ist der körperliche Inhalt da; z. E.

Die

Die Grundfläche ist	234′	
Die Höhe ist	628	
	1872	
	468	
	1404	
	146952′	körperl. Inhalt.

Wenn man die ganze Grundfläche eines Parallelepipedi mit seiner Höhe multipliciret, so hat man seinen Inhalt. (§ 86.) Nun ist ein dreyeckicht Prisma die Hälfte eines Parallelepipedi, welches mit ihm einerley Höhe, aber eine doppelte Grundfläche hat. (§. 61.) Wenn man nun die Hälfte der Grundfläche des Parallelepipedi, welche die ganze Grundfläche des Prismatis ist, mit dessen Höhe multiplicirt, so muß die Hälfte des Parallelepipedi, oder der ganze Inhalt von dem Prisma herauskommen. Das gilt auch in den übrigen Arten der Prismatum. Beweis.

§. 89.

36. Aufgabe. Zuletzt wird noch aufgegeben, den Inhalt aller Flächen an einem *Prismate* zu finden. Man nimmt den Umfang der ganzen Grundfläche, und multiplicirt solchen mit der Höhe des Prismatis. Was herauskömmt, ist der Inhalt der Seitenflächen. Dazu thut man den Inhalt der zwey Grundflächen, da ist der Inhalt von allen Flächen da.

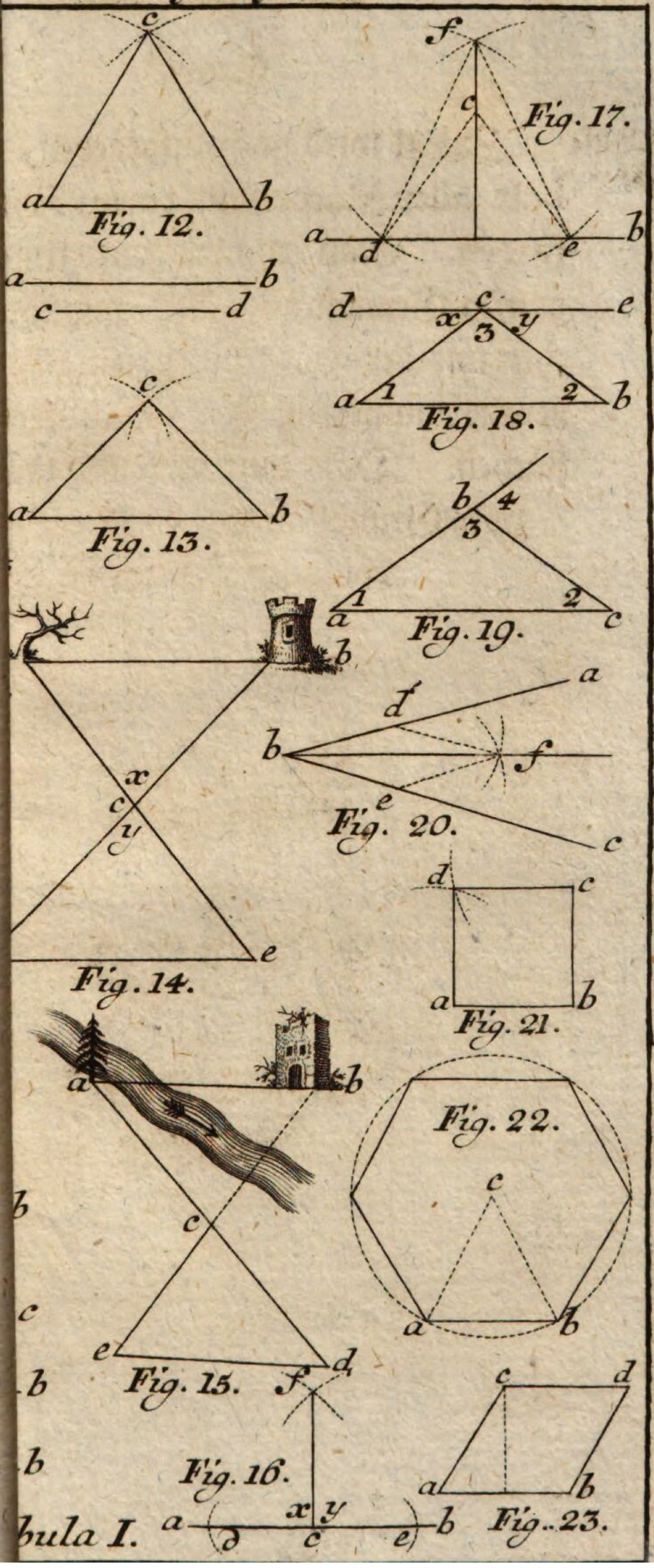
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.

bula I.

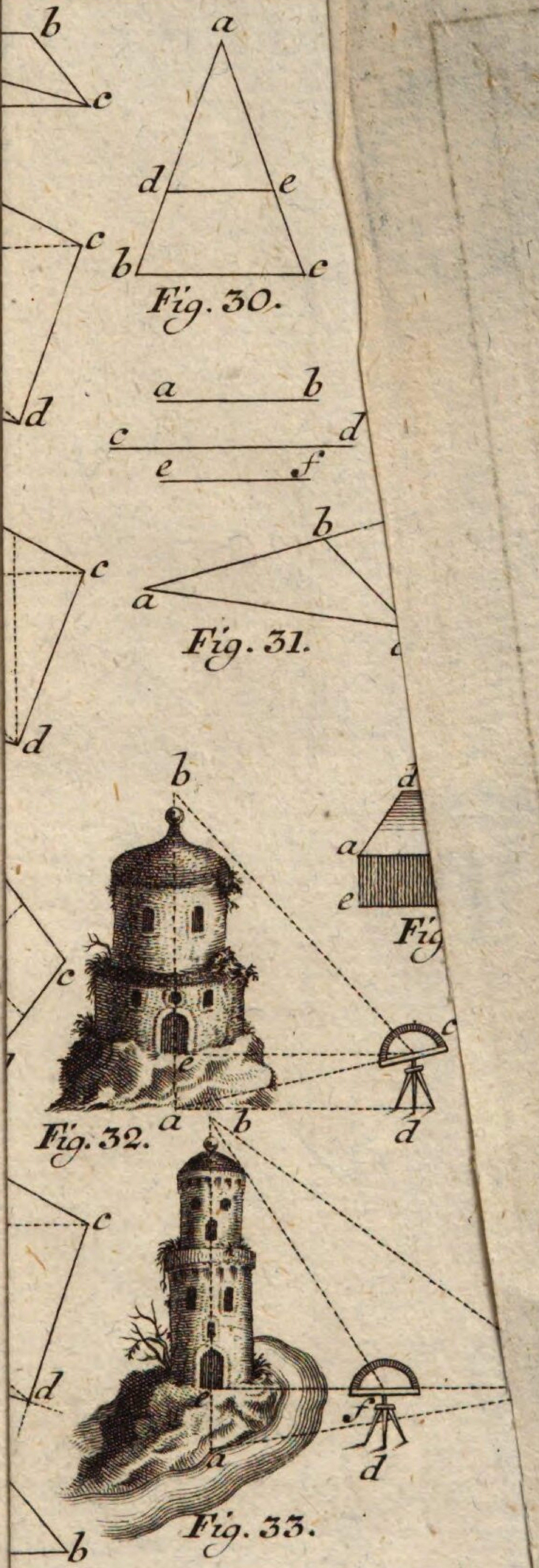

Fig. 30.

Fig. 31.

Fig. 32.

Fig. 33.

Tabula II.

Math. 8°

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Jacobi, Adam Friedrich Ernst

A. F. E. Jacobi, Pastor in Coppenbrügge im Hannöverischen ... Meßkunst für die Jugend, so ihren Verstand schärfen will

Frankfurt und Leipzig 1775

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Math 367
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11267506-6
VD18 11321776-003